Дефляция Виландта

Техника дефляции позволяет на основе матрицы сформировать новую матрицу , у которой

 (1)

Таким образом, доминирующее собственное значение  в спектре матрицы заменяется нулем.

*Теорема*.Рассмотрим спектральную задачу

, (2)

где  имеет единичную кратность. Выберем вектор такой, что

. (3)

Тогда матрица

 (4)

имеет собственные значения  и собственные вектора , причем

 (5)

*Доказательство*.





Отсюда следует  

Вектор , соответствующий условиям теоремы можно выбирать разными способами. Следуя Виландту, будем полагать

 (6)

где  - ненулевая координата . Тогда

 (7)

Поскольку

 (8)

то . (9)

В итоге из (7) находим  и вектор  (6) удовлетворяет условиям теоремы. Более того, i-ая строка  (4) является нулевой.

Если , то из отношения

 (10) следует, что i-ая координата  должна также равняться нулю. Следовательно, i-ый столбец матрицы  не вносит вклад в произведение . Поэтому матрицу  можно заменить матрицей  исключая i-ые стоку и столбец из матрицы . Матрица  имеет собственные значения . Пусть  - доминирующее собственное значение , а  соответствующий собственный вектор. Тогда вставив ноль между координатами  и мы найдем собственный вектор  матрицы B. После этого вектор можно найти по формуле (5).

*Замечание*. Процесс дефляции чувствителен к ошибкам округления. Поэтому найденное после дефляции доминирующее собственное значение рекомендуется использовать в качестве сдвига для исходной матрицы .